



# Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Cuarto Selectivo | 18 de febrero del 2023

## Nivel 3

### Instrucciones:

- Tienes dos horas para resolver este examen.
- El examen consta de dos partes:
  - Parte A** Los primeros 12 problemas son únicamente de respuesta cerrada. Escribe la respuesta que consideres correcta en la línea correspondiente en la Hoja de Respuestas. Cada pregunta de la Parte A tiene un valor de un punto por respuesta correcta.
  - Parte B** Para los últimos tres problemas del examen, debes escribir de manera clara el procedimiento que seguiste para resolverlos. Cada problema de la parte B puede valer hasta 4 puntos dependiendo de la completitud de la solución escrita.
- Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre la línea (en caso de la Parte A) o en las hojas de solución (en caso de la Parte B). Si tu solución de algún problema de la Parte B incluye más hojas, puedes entregarlas; únicamente asegúrate de que las hojas adjuntas tengan número de hoja y problema al que pertenecen, así como tu nombre. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Para resolver los problemas te recomendamos contar con lápiz y papel, pero no está permitido el uso de calculadoras o ayuda de otras personas.
- Los resultados se publicarán el 6 de marzo en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

### Problemas

#### Parte A

1. La multiplicación de 3 números mayores que 1 y distintos entre sí es 100. ¿Cuál es la suma de estos tres números?
2. Kevin se encuentra leyendo un libro en latín y, entre las muchas líneas, encuentra la expresión  $XVI = 16$ . Habiendo olvidado absolutamente todo lo que sabe sobre números romanos, Kevin piensa que se trata de una multiplicación  $XVI = 15$  y comienza a encontrar todas las ternas de números naturales  $(X, V, I)$  tales que  $X \times V \times I = 15$ . ¿Cuántas parejas encontró?
3. En el contexto de las Olimpiadas de Matemáticas, a un número se le llama capicúa si leerlo de izquierda a derecha es lo mismo que leerlo de derecha a izquierda. Por ejemplo, el número 1331 es capicúa. ¿Cuántos números capicúa de 6 dígitos hay?
4. Issis salió de compras y regresó a casa con 10 libros. Sin embargo, en su librero únicamente hay espacio para 6 de ellos. ¿De cuántas maneras puede acomodarlos?
5. Si  $p$  y  $q$  son dos números primos tales que  $p + q + 4$  y  $pq - 12$  también son números primos. Halla  $p + q$ .

6. Braulio y Juan Pablo hoy se encuentran haciendo intercambios entre tazos, taparrosas y monedas. Han establecido las siguientes reglas de trueque:

- Si  $p$  es un número primo, la cantidad de  $p$  tazos puede intercambiarse por la cantidad de  $q$  taparrosas, donde  $q$  es un número primo menor a  $p$ .
- Dos taparrosas pueden intercambiarse por una moneda.

Si Juan Pablo tiene 20 tazos y Braulio está dispuesto a aceptar todas las propuestas de intercambio de Juan Pablo, ¿cuál es el mayor número de monedas que Juan Pablo puede obtener?

7. ¿Cuántos números de cuatro cifras de la forma  $321a$  son divisibles entre 6?

8. El profesor Germán da 6 cursos distintos de matemáticas, uno para cada grado de primaria. Él preparó cada una de sus clases, pero su horario estaba mal y dio algunas clases equivocadas. Germán sabe que los de primer años recibieron la clase equivocada. ¿De cuántas maneras pudo haber dado sus clases?

9. Sean  $M$  un número de 4 dígitos y  $N$  el número de tres dígitos que resulta de eliminar el dígito de las unidades de  $M$ . Si  $M + N = 2013$ , halla la suma de los dígitos de  $N$ .

10. Andrés pesó a sus 22 cerdos, para lo cual los ordenó en una fila y los fue pesando uno por uno. Observó que cada cerdo, a partir del segundo, pesó tres kilos más que el cerdo anterior. Por ejemplo, el segundo cerdo pesó 3 kilos más que el primero, el tercer cerdo pesó 3 kilos más que el segundo y así sucesivamente. Al finalizar el día, sumó todos los pesos y obtuvo 2035 kilos. ¿Cuántos kilos pesó el cerdo más pesado?

11. El faraón Tutankamón lleva más de 1000 años enterrado, pero menos de 10000. Un historiador quiere escribir la cantidad de años, pero sólo escribe  $5abc$  en lugar del número de 4 dígitos que corresponde. Si recuerda que el número es divisible entre 2, 5, 9 y 11. ¿Cuánto lleva enterrado el faraón?

12. Alguno de entre tres sospechosos sabe la clave de 3 dígitos para abrir una caja fuerte. El primero de ellos dice que la clave es un múltiplo de 14. El segundo dice que la clave inicia con el número 8. El tercero dice que la clave termina con el número 2. Si sabemos que al menos uno de ellos dice la verdad, ¿cuántos intentos para abrir la caja fuerte hay que hacer para asegurar abrirla?

## Parte B

13. Dada la lista de números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, una *sublista* se forma tomando al menos un número de la lista y ordenarlos de menor a mayor. Por ejemplo, 1, 2, 8 es una *sublista*. Encuentra la cantidad de *sublistas* en las que ninguno de los números 2, 3, 5 o 7 aparecen.

14. Si  $n$  es un número entero impar no divisible entre cinco, encuentra el último dígito de  $n^{2024}$ .

15. Sea  $N$  un número de tres dígitos distintos. Con los dígitos de  $N$  se forman todos los posibles números de dos dígitos distintos; luego, se suman todos estos números de dos dígitos y el resultado es  $S$ . Halla todos los  $N$  tales que  $S$  es el doble de  $N$ .